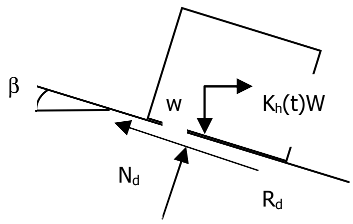
# METODO DI NEWMARK

Il metodo pseudo-statico per l'analisi di stabilità di un pendio restituisce un fattore di sicurezza sulla stabilità, ma non fornisce nessuna informazione circa la deformazione associata ad una potenziale superficie di scorrimento.
Un'analisi che consenta di stimare gli spostamenti indotti da un sisma su un pendio, risulterebbe sicuramente più utile per stabilire il suo livello di sicurezza dopo un evento sismico; senza contare, inoltre, che le accelerazioni indotte dal sisma, e quindi le forze d'inerzia, sono variabili durante l'evento pertanto anche il fattore di sicurezza subirà una variazione nel corso del sisma. In particolare, quando le forze d'inerzia di una massa potenzialmente instabile supereranno le resistenze del terreno, il fattore di sicurezza sarà inferiore all'unità.
Con il metodo di analisi introdotto da Newmark (1965) è possibile prevedere per una massa potenzialmente instabile quale sarà lo spostamento permanente totale de pendio sotto l'azione di un'accelerazione variabile nel tempo.
Egli schematizzò la massa potenzialmente instabile soggetta alle forze d'inerzia con un blocco rigido che scorre su un piano inclinato sottoposto ad un'accelerazione che induce nello stesso delle forze d'inerzia nella direzione del piano.




Il fattore di sicurezza, variabile nel tempo, si ottiene:

$$F_s(t) = \frac{\text{resistenza disponibile}}{\text{forza instabilizzante}} = \frac{R_d(t)}{D_d(t)} = \frac{[\cos\beta - k_h(t)\sin\beta]\tan\phi}{\sin\beta + k_h(t)\cos\beta}$$

dove:
$\beta$ = angolo d'inclinazione del piano;
$\phi$ = angolo d'attrito tra blocco e piano;
$k_h$ = coefficiente sismico orizzontale.

Quando il piano inclinato vibra con una accelerazione $a_h(t)=k_h(t)g$ (trascurando l'effetto della componente verticale), il blocco sarà sottoposto ad una forza d'inerzia $k_hW$.
Il fattore di sicurezza dinamico decresce, ovviamente, all'aumentare del coefficiente $k_h$, fino ad avere, in corrispondenza di un valore di $k_h$, un fattore pari ad 1. A questo valore di $k_h$ corrisponde un'accelerazione limite $a_y=k_yg$, che rappresenta il valore limite di accelerazione che produce l'instabilità del blocco, pertanto valori dell'accelerazione superiori a tale limite produrranno spostamenti del blocco rispetto al piano.
Il caso più semplice che conduce alla determinazione dello spostamento permanente del blocco è rappresentato da un impulso di accelerazione di ampiezza A costante e durata $\Delta t$.
Se l'accelerazione limite $a_y$ è più piccola del valore A, il blocco subirà, nel tempo t, uno spostamento con accelerazione relativa data da:

$$a_{rel}(t) = A - a_y \qquad t_0 \le t \le t_0 + \Delta t$$

dove A è l'accelerazione del piano inclinato.
Integrando $a_{rel}(t)$ nel periodo $t_0 \div t$ , otteniamo:

$$v_{rel}(t) = \int_{t_0}^{t} a_{rel}(t)\ \ dt = [A - a_y](t - t_0)$$

che, a sua volta, per integrazione nello stesso intervallo, fornisce lo spostamento relativo:

$$d_{rel}(t) = \int_{t_0}^{t} v_{rel}(t) \quad dt = \frac{1}{2}[A - a_y](t - t_0)^2$$

Quando l'impulso A termina, il blocco continuerà a muoversi con un'accelerazione relativa pari a:

$$a_{rel}(t) = 0 - a_y = - a_y \qquad t_0 + \Delta t \leq t \leq t_1$$

fino al tempo $t_1$, in cui la velocità relativa sarà nulla.
Integrando nuovamente l'accelerazione relativa e, successivamente, la velocità relativa nell'intervallo $t_0+\Delta t \div t_1$, otteniamo lo spostamento relativo che segue il termine dell'impulso.
Alla fine lo spostamento relativo totale sarà:

$$d_{rel}(t_1) = \frac{1}{2}(A - a_y)\Delta t^2 \frac{A}{a_y}$$

Per un impulso rettangolare, in particolare, la velocità massima può essere espressa come $v_{max}=A \cdot \Delta t$, che sostituita nell'espressione precedente di $d_{rel}$, restituisce lo spostamento relativo in funzione della velocità massima:

$$d_{rel} = \frac{v_{max}}{2a_y}\left(1 - \frac{a_y}{A}\right)$$

Newmark condusse, inoltre, analisi per diversi terremoti con accelerazioni normalizzate e velocità di picco e, al termine, arrivò alla conclusione che lo spostamento permanente poteva essere espresso come segue:

$$d_{max} = \frac{v_{max}}{2a_y} \frac{a_{max}}{a_y}$$

con $a_y/a_{max} \geq 0.17$.